

Hilberts 16. problem

Jacob Schach Møller

Ved verdenskongressen i matematik, afholdt i Paris i år 1900, fremlagde David Hilbert en liste over de uløste matematiske problemer, som han på det tidspunkt anså for at være de mest vigtige.

Blandt Hilberts problemer, er alle på nær tre blevet løst (eller fjernet fra listen). Riemann hypotesen er en af dem, en anden er Hilberts 16. problem – eller rettere den anden halvdel af problemet – som omhandler antallet af grænsecykler for plane autonome ordinære differentialligninger med polynomielle vektorfelter.

Hilbert spurgte: for en given orden n af vektorfeltet, eksisterer der et (mindste) naturligt tal H_n , med den egenskab at for ethvert polynomielt vektorfelt af orden (højst) n , har den tilhørende differentialligning højst H_n grænsecykler. I foredraget vil jeg forklare hvad grænsecykler er, hvad forskellen er mellem store og små grænsecykler og hvordan man verificerer deres eksistens og producerer eksempler.

Til sidst skal vi se et berømt eksempel, der skyldes den kinesiske matematiker Shi Songling, på et vektorfelt af grad 2 , som har 4 grænsecykler. Det er det største kendte antal grænsecykler man kan producere med et vektorfelt af grad 2 . Eksistensen af en øvre grænse H_2 , for antallet af grænsecykler hørende til polynomielle vektorfelter af grad 2 , er stadig et uløst problem.